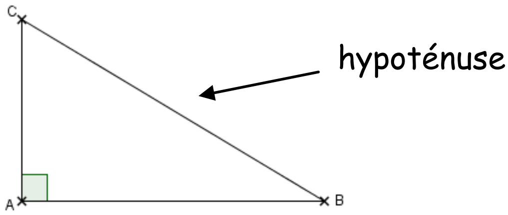
RAPPELS : LE THEOREME DE PYTHAGORE & SA RECIPROQUE

I. Le théorème de Pythagore

1. L'énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.



Dans le triangle ABC rectangle en A,
$BC^2 = AB^2 + AC^2$

Applications : **(calcul de longueurs)**

1) **Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 8 cm. Calculer BC.**
   Dans le triangle ABC rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore:
   $BC^2 = AB^2 + AC^2$
   $BC^2 = 6^2 + 8^2$
   $BC^2 = 36 + 64$
   $BC^2 = 100$
   $BC = \sqrt{100}$
   BC = 10 cm

2) **Soit un triangle IJK rectangle en K tel que IJ = 7 cm et IK = 5 cm. Calculer JK.**
   Dans le triangle IJK rectangle en K, on applique le théorème de Pythagore:
   $IJ^2 = IK^2 + JK^2$
   $7^2 = 5^2 + JK^2$
   $49 = 25 + JK^2$
   $JK^2 = 49 - 25$
   $JK^2 = 24$
   $JK = \sqrt{24}$
   JK $\approx$ 4,9 cm

2. Conséquence du théorème

Contraposée du théorème de Pythagore :
Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.

Application : **(démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle)**
Démontrer que le triangle IJK tel que IJ = 4 cm , IK = 6 cm , et JK = 5 cm n'est pas rectangle.

Le côté le plus long est [IK].

$$\left.\begin{array}{l} IK^2 = 6^2 = 36 \\ JK^2 + IJ^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41 \end{array}\right\} \text{donc } IK^2 \neq JK^2 + IJ^2$$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle IJK n'est pas rectangle.

II. La réciproque du théorème de Pythagore

L'énoncé de la propriété :

Si un triangle ABC est tel que $AB^2+AC^2=BC^2$, alors ce triangle est rectangle en A.

Application : **(démontrer qu'un triangle est rectangle)**

Démontrer que le triangle ABC tel que BC = 5 cm AB = 3 cm et AC = 4 cm est rectangle, et préciser le sommet de l'angle droit.

Le côté le plus long est [BC].

$$\left.\begin{array}{l} BC^2 = 5^2 = 25 \\ AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \end{array}\right\} \text{donc } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Exercices :

ex 1: On donne un triangle DEF rectangle en D tel que DE = 1,4 cm et DF = 4,8 cm. Calculer EF.
ex 2: On donne un triangle OPM rectangle en P tel que PO = 4,5 cm et OM = 7,5 cm. Calculer PM.
ex 3: On donne un triangle IJK rectangle en K tel que IJ = 8 cm et IK = 3 cm. Calculer JK.
ex 4: MNO est un triangle tel que MN = 6,5cm , MO = 7,2 cm, ON = 9,8 cm.
Démontrer que le triangle MON n'est pas rectangle.
ex 5: OPQ est un triangle tel que PQ = 3,5cm , PO = 2,1 cm, OQ = 2,8 cm.
Démontrer que le triangle OPQ est rectangle, et préciser le sommet de l'angle droit.
ex 6: DEF est un triangle tel que DE = 11 cm , DF = 13 cm, EF = 7 cm.
Le triangle DEF est-il rectangle?
ex 7: STU est un triangle tel que ST = 2,9 cm , SU = 2 cm, TU = 2,1 cm.
Le triangle STU est-il rectangle?

ex 8: Sur la figure 1, [MH] est une hauteur du triangle MPN.
a) Calculer MH, puis HN.
b) Calculer le périmètre et l'aire du triangle MPN.

ex 9 : Sur la figure 2, un champ a la forme d'un trapèze rectangle.
Calculer son aire en ares.

ex 10 : Sur la figure 3, on considère un parallélépipède rectangle. Le triangle ACG est rectangle en C.
Calculer la longueur AG et en donner la valeur approchée par défaut au cm près.

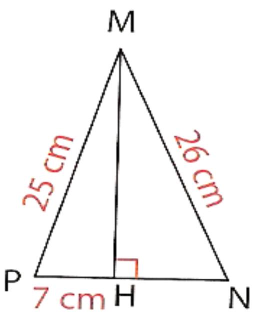


fig1

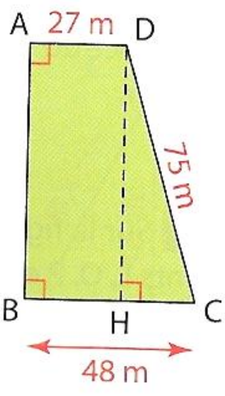


fig2

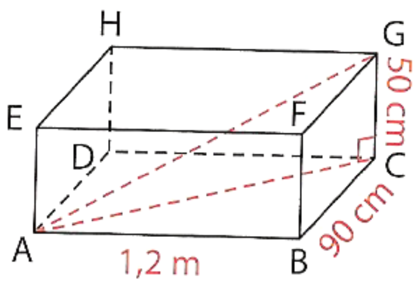


fig3