3e

CORRECTION DU DM "Activités géométriques"

EXERCICE 1

1) Dans le triangle SAC rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore :

$$SC^2 = SA^2 + AC^2$$
$$(10\sqrt{2})^2 = SA^2 + (8\sqrt{2})^2$$
$$100 \times 2 = SA^2 + 64 \times 2$$
$$200 = SA^2 + 128$$
$$SA^2 = 200 - 128$$
$$SA^2 = 72$$
$$SA = \sqrt{72}$$
$$SA = \sqrt{36 \times 2}$$
$$\boxed{SA = 6\sqrt{2}\text{ cm}}$$

2) a) Comme ABCD est un carré, le triangle ABC est rectangle isocèle en B.
On applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$(8\sqrt{2})^2 = AB^2 + AB^2$$
$$64 \times \cancel{2} = \cancel{2}\,AB^2$$
$$AB^2 = 64$$
$$AB = \sqrt{64}$$
$$\boxed{AB = 8\text{ cm}}$$ donc le côté de la base mesure 8 cm.

b) $\mathcal{V}_{SABCD} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABCD} \times SA$
$= \frac{1}{3} \times AB^2 \times SA$
$= \frac{1}{3} \times 8^2 \times 6\sqrt{2}$
$= 64 \times 2\sqrt{2}$
$$\boxed{\mathcal{V}_{SABCD} = 128\sqrt{2}\text{ cm}^3}$$

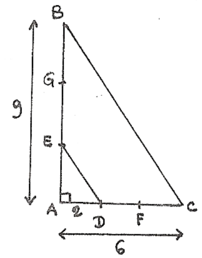
3) Dans le triangle SAC rectangle en A, on a :

$$\sin\widehat{ASC} = \frac{AC}{SC}$$
$$\sin\widehat{ASC} = \frac{8\cancel{\sqrt{2}}}{10\cancel{\sqrt{2}}}$$
$$\sin\widehat{ASC} = \frac{4}{5}$$

En utilisant les touches shift sin de la calculatrice, on obtient :

$$\boxed{\widehat{ASC} \approx 53°}$$

EXERCICE 2



1) Dans le triangle ABC rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 9^2 + 6^2$$
$$BC^2 = 81 + 36$$
$$BC^2 = 117$$
$$BC = \sqrt{117}$$
$$\boxed{BC = 3\sqrt{13}\text{ cm}} \text{ et } \boxed{BC \approx 10{,}8\text{ cm}}$$

2) Soit le triangle ABC.
Soit D un point de [AC] et E un point de [AB] } tels que (DE) // (BC) (par construction)
D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ie $\frac{AE}{9} = \frac{2}{6} = \frac{ED}{BC}$

Calcul de AE : $\frac{AE}{9} = \frac{2}{6}$
$6 \times AE = 2 \times 9$
$6 \times AE = 18$
$AE = \frac{18}{6}$
$$\boxed{AE = 3\text{ cm}}$$

3) Soit le triangle ABC.
Soit F un point de [AC]
et G un point de [AB]
tels que :
$\frac{AF}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$
$\frac{AG}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}$ } donc $\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que (FG) // (BC).

4) Dans le triangle AED rectangle en A, on a :

$$\tan\widehat{AED} = \frac{AD}{AE}$$
$$\tan\widehat{AED} = \frac{2}{3}$$

En utilisant les touches shift tan de la calculatrice, on obtient :

$$\boxed{\widehat{AED} \approx 34°}$$

5) les angles $\widehat{AED}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants par rapport aux droites (ED) et (BC), et à la sécante (BA).
Comme (ED) // (BC), on en déduit que $\widehat{AED}$ et $\widehat{ABC}$ sont de même mesure.
D'où $\boxed{\widehat{ABC} \approx 34°}$